

令和2年度 長崎大学大学院工学研究科 総合工学専攻  
機械工学コース 一般入試（夏期募集） 入学試験問題

数学

1 以下の問に答えなさい。

- (1)  $xyz$  空間内の球  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  に内接し、各辺が  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸のいずれかと平行である直方体の体積を  $f(x, y, z)$  とする。  
 $f(x, y, z)$  の最大値およびその時の  $x, y, z$  の値を求めなさい。
- (2)  $xyz$  空間内の楕円体  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$  に内接し、各辺が  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸のいずれかと平行である直方体の体積の最大値を (1) の結果を利用して求めなさい。

2  $n$  を 0 以上の整数とし、行列  $A$  を  $A = \begin{bmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 8 \end{bmatrix}$  とする。以下の問に答えなさい。

- (1) 行列  $A$  の固有値を  $\lambda_1, \lambda_2 (\lambda_1 \leq \lambda_2)$  とする。 $\lambda_1, \lambda_2$  を求めなさい。また、 $\lambda_1, \lambda_2$  に対応する固有ベクトルをそれぞれ  $v_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} \alpha_2 \\ \beta_2 \end{bmatrix}$  とするとき、 $\|v_1\| = \|v_2\| = \sqrt{2}$   $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$  である  $v_1, v_2$  を求めなさい。
- (2) (1) で求めた  $v_1, v_2$  を用いて行列  $P$  を  $P = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \end{bmatrix}$  とする。また、行列  $L$  を  $L = P^{-1}AP$  とする。このとき、 $L^n$  と  $A^n$  を求めなさい。
- (3) ベクトル  $x_n$  は、 $x_n = Ax_{n-1}$  を満足するベクトルとする。このとき、 $x_n$  を  $n$  を用いて表しなさい。ただし、 $x_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  とする。

3 微分方程式  $y'' + 2xy' + x^2y = 0$  について以下の問に答えなさい。

ただし、' は  $x$  に関する微分を表す。

- (1)  $x$  の関数  $u, v$  を用いて  $y = uv$  とする。このとき、 $y'$  と  $y''$  を  $u, v$  およびそれらの導関数を用いて表しなさい。
- (2) (1) おいて  $v = e^{-\frac{1}{2}x^2}$  とする。与えられた微分方程式に対して  $y = uv$  と変数変換を行い、一般解を求めなさい。