

令和4年度 長崎大学大学院工学研究科 総合工学専攻
機械工学コース/海洋未来科学コース 一般入試(夏期募集) 入学試験問題

数学

1 次の座標変換 T_1 と T_2 を考える。

- T_1 : xy 直交座標系を x 軸方向に 2、 y 軸方向へ 1 平行移動した uv 直交座標系への変換
- T_2 : uv 直交座標系から $r\theta$ 極座標系への変換

また、 xy 直交座標系における領域 D を $D = \{(x, y) | (x-2)^2 + (y-1)^2 \leq 1\}$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 与えられた領域 D が、 T_1 により変換される uv 直交座標系における領域 Ω_1 を求めなさい。
- (2) (1) の uv 直交座標系における領域 Ω_1 が、 T_2 により変換される $r\theta$ 極座標系における領域 Ω_2 を求めなさい。
- (3) 与えられた領域 D における以下の 2 重積分 I の値を求めなさい。

$$I = \iint_D xy \, d(x, y)$$

2 a を正の実数とし、 n を 0 以上の整数とする。また、 2×2 行列 A を $A = \begin{bmatrix} 1-a & a \\ a & 1-a \end{bmatrix}$ とする。以下の問いに答えなさい。

- (1) 行列 A の固有値を λ_1, λ_2 ($\lambda_1 \geq \lambda_2$) とする。 λ_1, λ_2 を求めなさい。
また、固有値 λ_i に対応する固有ベクトルをそれぞれ $v_i = \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}$, (α_i, β_i は実数) とする。このとき、 $\|v_i\| = \sqrt{2}$ かつ $\alpha_i > 0$ を満足する v_i をそれぞれ求めなさい。ただし、 $i = 1, 2$ である。
- (2) A^n を求めなさい。
- (3) (2) の A^n に対して、 $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ がある 2×2 行列に収束するときの a の値の範囲を求めなさい。また、そのときの $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$ を求めなさい。

令和4年度 長崎大学大学院工学研究科 総合工学専攻
機械工学コース/海洋未来科学コース 一般入試(夏期募集) 入学試験問題

数学

3 次の微分方程式について以下の問に答えなさい。

$$x \frac{dy(x)}{dx} + 2y(x)^2 - y(x) - 2x^2 = 0 \quad (3-1)$$

- (1) $\eta(x) = x$ が与えられた方程式の解であることを示しなさい。
(2) (3-1) 式に対して、(1) の $\eta(x)$ を用いて $y(x) = Y(x) + \eta(x)$ と変数変換を行い $Y(x)$ に関する方程式を求め、以下の形に書き直したときの $f(x), g(x)$ を求めなさい。

$$\frac{1}{Y(x)^2} \frac{dY(x)}{dx} + f(x) \frac{1}{Y(x)} = g(x) \quad (3-2)$$

- (3) (3-2) 式の方程式に対して、 $z(x) = \frac{1}{Y(x)}$ と変数変換を行い z に関する方程式を求めなさい。また、その $z(x)$ に関する方程式の解を用いて (3-1) 式の一般解を求めなさい。