

1. 2 変数関数

$$f(x, y) = x \sin(x + y) + y \cos(x - y)$$

について, 以下の問いに答えよ.

(1) $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ をそれぞれ求めよ.

(2) $z = f(x, y)$ で定義される曲面を C とする.

C 上の点 $P(\frac{1}{4}\pi, \frac{3}{4}\pi, f(\frac{1}{4}\pi, \frac{3}{4}\pi))$ における C の接平面の方程式を求めよ.

解答欄 (解答欄が不足した場合は, その旨明記した上で裏面を利用すること.)

2. 行列 $A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ の固有値とその重複度, および対応する固有空間を求めよ. また, A が対角化可能か否かを, 固有値に対する重複度と固有空間の次元との関係性を用いて判定せよ. さらに, A が対角化可能である場合には, $P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 P を求めて, A を対角化せよ.

解答欄 (解答欄が不足した場合は, その旨明記した上で裏面を利用すること.)

3. 3 は有限体 \mathbb{F}_{31} の原始元, つまり, 乗法群 \mathbb{F}_{31}^* の生成元であることを示せ. また, $3^a = 20$, $3^b = 25$ を満たす整数 a, b を求め, \mathbb{F}_{31} において, 3^{ab} を求めよ.

解答欄 (解答欄が不足した場合は, その旨明記した上で裏面を利用すること.)

4. a, b を実数とする.

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & (0 \leq x \leq 2) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

は確率密度関数であり, 対応する分布の期待値が $\frac{7}{9}$ であるとき, a, b の値を求めよ.
また, そのときの分布の分散を求めよ.

解答欄 (解答欄が不足した場合は, その旨明記した上で裏面を利用すること.)